HAI205X - Exercices supplémentaires

2025

Exercice 1 :

On a observé que les joueurs de Pokemon TCGP ont une chance sur 100 d'ouvrir un *God Pack*. Une joueuse vient d'ouvrir 120 boosters, et on appelle X le nombre *God Pack* obtenus.

1. Identifier la loi de X et son espérance.
2. Calculer la probabilité qu'un seul *God Pack* soit ouvert.

Exercice 2 :

On lance un dé. Si le résultat est pair, vous gagnez a fois la valeur du résultats. S'il est impair vous perdez la valeur du résultat. On appelle X la variable aléatoire correspondant à votre gain algébrique.

1. Identifier la loi de X en fonction de a.
2. Calculer l'espérance de X en fonction de a.
3. Pour quelles valeurs de a jouez-vous ?

Exercice 3 Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par :

x_i	1	2	3	4	5	6
$\mathbb{P}(X = x_i)$	0.1	0.4	0.2	0.1	0.1	0.1

1. Vérifier qu'on a bien une loi de probabilité
2. Calculer l'espérance et la variance de X.
3. On pose $Y = 2X$
   (a) Quelles sont les valeurs prises par Y ? Donner la loi de probabilité de Y.
   (b) Calculer l'espérance et la variance de Y.
4. Pareil pour $Z = X - 1$

Exercice 4

Pour une compétition, la sélectionneuse doit choisir entre deux taekwondoïste dont les performances sont définies par les lois de probabilités ci-dessous. On associe à X et à Y les variables aléatoires donnant le nombre de points obtenus à chaque tir par chacun des deux.

Touche	2	5	7	10	13	17
$\mathbb{P}(X = x_i)$	0.1	0.4	0.2	0.1	0.1	0.1
$\mathbb{P}(Y = y_i)$	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1	0.1

1. Calculer le nombre de touches moyennes par joueurs.
2. Calculer l'écart-type de X et Y
3. Quel athèle faut-il sélectionner ?

Exercice 5

En étudiant une population, on a remarqué que durant un mois 40% des individus sont allés à la plage l'été, 25% sont allés à la montagne l'hiver, 12% sont allés à la plage l'été et à la montagne l'hiver. On sélectionne un nouvel individu au hasard dans la population, et on s'intéresse à ses vacances. On définit deux évènements :

- B = "aller à la plage l'été"
- M = "aller à la montagne l'hiver"

1. D'après l'énoncé, donner les valeurs de $\mathbb{P}(B)$, $\mathbb{P}(M)$ et $\mathbb{P}(B \cap M)$.

Calculer la probabilité que durant un an, l'individu :

2. aille à la plage ou à la montagne
3. n'aille ni à la plage ni à la montagne
4. aille à la plage mais pas à la montagne
5. sachant qu'il est allé à la plage aille aussi à la montagne
6. sachant qu'il n'est pas allé à la plage aille à la montagne.

Exercice 6

Lors d'un sondage sur un grand nombre d'individus, 5% des personnes interrogés disent écouter *Renan Luce*. Sachant que 130 personnes ont été interrogées, calculer la probabilité que

1. ces 130 personnes l'écoutent.
2. 5 personnes l'écoutent.
3. Au moins 3 personnes admettent l'écouter.

Exercice 7

Mr Dupond est caissier au supermarché *La Grande Bouffe*. Il y travaille tous les jours, du lundi au vendredi, de 8h à 16h. Dans ce magasin, de nombreuses denrées sont vendues. Parmi elles, des petits pois. Mr Dupond, en scanne en moyenne 3 par heure.

1. En moyenne combien de boîte de petits pois scannées par Mr Dupond au cours d'une journée de travail.
2. Quelle est la probabilité que Mr Dupond scanne 12 boîtes de petits pois au cours d'une journée ?
3. Quelle est la probabilité que Mr Dupond scanne au moins 3 boîtes de petits pois au cours d'une journée ?

Exercice 8

Dans une station-service, la demande hebdomadaire en essence, en milliers de litres, est une variable aléatoire X de densité $f(x) = c(1-x)^4 \mathbb{1}_{[0,1]}$.

1. Déterminer c.
2. La station est réapprovisionnée chaque lundi à 20h. Quelle doit être la capacité du réservoir d'essence pour que la probabilité d'épuiser ce réservoir soit inférieure à 10^{-5}.

Exercice 9

Bart, Corentin et Mathilde sont fans de foot. Ils doivent se rendre à un match PSG - OM au parc des Princes. Bart a des pneus de mauvaises qualités et crève 1 fois sur 4. Lorsque cela lui arrive il fini à pied et arrive en retard. Corentin a un vélo électrique non étanche. 2 fois sur 7, il doit venir à pied et arrive en retard à cause du mauvais temps. Mathilde prend souvent le métro, et arrive à l'heure, sauf si Corentin la prévient de son retard, auquel cas elle s'adapte et arrive en retard 2 fois sur 3.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes à l'heure au match.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance de X.
3. Calculer la variance de X

Exercice 10

La taille d'un homme âgé de 25 ans suit une loi normale de moyenne 175cm et d'écart-type 6cm.

1. Quel est le pourcentage d'hommes ayant une taille supérieure à 1m85 ?
2. Parmi les hommes mesurant plus de 1m80, quelle proportion mesure plus de 1m92 ?

Exercice 11

Un service de maintenance étudie le temps nécessaire pour réparer une machine. On suppose que ce temps, noté T suit une loi normale de moyenne $\mu = 45$ minutes et d'écrta-type $\sigma = 8$ minutes.

1. Quelle est la probabilité qu'une réparation prenne moins de 50 minutes ?
2. Quelle est la probabilité qu'une réparation prenne entre 40 et 55 minutes ?
3. Quel est le temps minimum à partir duquel on entre dans les 5% des réparations les plus longues ?

Exercice 12

Une vidéo virale circule actuellement sur un célèbre réseau social *RS*. Le quart de la population n'a pas *RS*. Parmi ceux qui ont vu la vidéo, une personne qui n'a pas *RS* pour 4 qui l'ont. De plus, on sait qu'il y a 1 personne sur 12 qui ont vu la vidéo parmi les personnes qui n'ont pas *RS*.

1. Quelle est la probabilité d'avoir vu la vidéo ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir vu la vidéo pour un individu ayant *RS* ?

Exercice 13

On estime que la probabilité qu'un bus à Bordeaux soit en retard vaut 0.99 sur une semaine.

1. On note X le nombre de bus à l'heure à Bordeaux. Quelle est la loi de probabilité de X ?
2. Calculer la probabilité qu'au moins 4 bus soient à l'heure la même semaine.

Exercice 14

Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de vie, en mois, d'un ordinateur par une variable X suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type σ. De plus, on sait que la probabilité que l'ordinateur cesse de fonctionner avant 64 mois est de 16%.

1. Quelle est la valeur de σ ?
2. Calculer la probabilité que la durée de vie de l'ordinateur soit comprise entre 2 et 5 ans ?
3. Calculer la probabilité que la durée de vie de l'ordinateur soit supérieure à 10 ans ?

Exercice 15

Un fournisseur produit deux sortes d'attrape-mouches. Les uns sont premier prix, et les autres sont haut de gamme. Le magasin *Plaquette en Folie* dispose d'un grand stock des deux type d'attrape-mouches.

D'après une étude, le nombre X d'attrape-mouches premier prix vendus par mois dans le magasin peut être modélisé par une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 750$ et d'écart-type $\sigma = 25$.

1. Calculer $\mathbb{P}(725 \leq X \leq 775)$
2. Le responsable, Pierre-Louis, veut connaître le nombre n d'attrape-mouches premier prix qu'il doit avoir en stock en début de mois, pour que la probabilité d'être en rupture de stock soit inférieure à 0.05. Dans ces conditions, déterminer la plus petite valeur de n.

Exercice 16

Pierre, un célèbre humoriste, a écrit un oneManShow, composé de deux blagues. La première blague est considérée comme réussie si au moins une personne a rigolé. Ensuite, Pierre peut enchainé sur la deuxième blague ou décider de s'arrêter là. Des spectateurs ont observé qu'une blague est réussie avec une probabilité de 0.37. En cas de blague réussie, Pierre continue avec une probabilité de 0.58, alors qu'en cas d'échec la probabilité de continuer est 0.33.

On introduit les évènements suivants :

— B_1 : la première blague est réussie
— C : Pierre continue avec la 2ème blague
— B_2 : la deuxième blague est réussie

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. La première blague a échoué. Calculer la probabilité que la deuxième réussisse.
3. Soit A l'évènement *seule la première blague a réussi.* Calculer la probabilité de A
4. Calculer la probabilité qu'exactement une blague réussisse.
5. On a observé une seule blague réussie. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la première blague ?

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Figure 1 – Table de la loi normale centrée réduite