

CC1 - HAI205X Probas stats

2025

Assurez-vous de présenter vos réponses de manière claire et lisible. Les exercices peuvent être traités dans le désordre. La calculatrice est autorisée. Les valeurs numériques seront arrondies à **deux décimales**. Le barème est donné à titre indicatif. Vous avez 1h30. Bon courage !

Doctor Who est une série télévisée britannique de science fiction diffusée depuis 1963. Elle raconte les aventures du *Docteur*, un extraterrestre humanoïde capable de voyager dans le temps et l'espace grâce à son *TARDIS*, une boîte de police bleue, plus grande à l'intérieur qu'à l'extérieur. Votre objectif aujourd'hui, aider le docteur dans ses aventures à l'aide de vos connaissances en statistiques !

Consignes:

- Privilégier le raisonnement au calcul numérique
- Pas de quart de point

Exercice 1 : Analyse des atterrissages du TARDIS (12 points)

Une dispute éclate entre le Docteur et River Song à propos de leurs talents de pilotage du TARDIS. Afin de trancher, vous analysez les résultats des atterrissages de chacun. Vous devez présenter vos conclusions de manière détaillée pour rétablir la paix et reprendre votre aventure dans l'espace-temps.

1. Les distances d'atterrissage (en kilomètres) par rapport à la cible pour 50 essais de pilotage du Docteur sont résumées dans le tableau suivant :

Distances d'atterrissage (km)	[0; 10[[10; 20[[20; 30[[30; 40[[40; 50[
Nombre d'atterrissages	4	10	17	17	2
Fréquence	4/50	10/50	17/50	17/50	2/50
Fréquence Cumulée	4/50 = 0.08	14/50 = 0.28	31/50 = 0.62	48/50 = 0.96	50/50 = 1

- (a) (1 point) Calculez la distance moyenne d'atterrissage par rapport à la cible pour le Docteur.

Solution: $\bar{x}_{Docteur} = \frac{5 \times 3 + 15 \times 7 + 25 \times 18 + 35 \times 15 + 45 \times 7}{50} = 25.60$

Consignes: Ici on doit utiliser le centre des classes.

- (b) (1 point) Déterminer, par le calcul, la médiane.

Solution: $Me \in [20; 30[$, donc $Me = 20 + (30 - 20) \frac{0.50 - 0.28}{0.62 - 0.28} \approx 26.47$

Consignes: 0.5 point pour la classe médiane + 0.5 point pour la valeur.

- (c) (3 points) Déterminer, par le calcul, l'intervalle interquartile.

Solution: $Q_1 \in [10; 20[$, donc $Q_1 = 10 + (20 - 10) \frac{0.25 - 0.08}{0.28 - 0.08} = 18,50$ et
 $Q_3 \in [30; 40[$, donc $Q_3 = 30 + (40 - 30) \frac{0.75 - 0.62}{0.96 - 0.62} \approx 33,82$ et
donc $IQR = 15.32$

Consignes: 1 point Q1 + 1 point Q3 + 1 point IQR.

2. Les distances d'atterrissage (en kilomètres) par rapport à la cible pour 50 essais de pilotage de River Song sont résumées dans le tableau suivant :

Distances d'atterrissage (km)	[0; 10[[10; 20[[20; 30[[30; 40[[40; 50[
Nombre d'atterrissages	12	19	12	4	3
Fréquence	12/50	19/50	12/50	4/50	3/50
Fréquence Cumulée	12/50 = 0.24	31/50 = 0.62	43/50 = 0.86	47/50 = 0.94	50/50 = 1

(a) (5 points) Comparer les deux distributions avec des boîtes à moustaches.

Solution: $\bar{x}_{River} = 18.40$

$$Me \in [10; 20[\text{ donc } Me = 10 + (20 - 10) \frac{0.50 - 0.24}{0.62 - 0.24} \approx 16.84$$

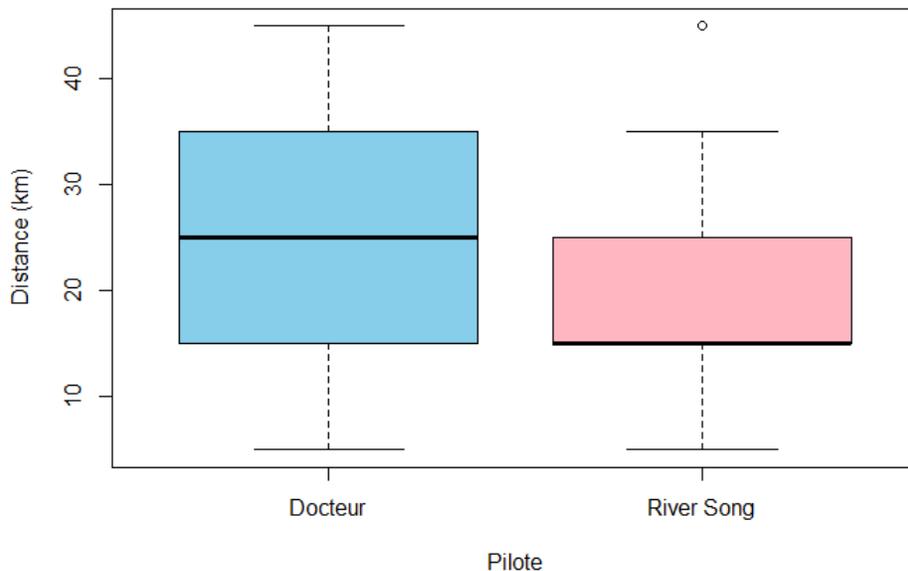
$$Q_1 \in [10; 20[\text{ donc } Q_1 = 10 + (20 - 10) \frac{0.25 - 0.24}{0.62 - 0.24} \approx 10.26$$

$$Q_3 \in [20; 30[\text{ donc } Q_3 = 20 + (30 - 20) \frac{0.75 - 0.62}{0.86 - 0.62} \approx 25.42$$

Solution: Graph à refaire pour la correction - on ne leur a pas appris à faire les outliers.

Consignes: 1 point pour Médiane + 1 point Q1 + 1 point Q3 + 2 point graphique (le graphique doit être à l'échelle, propre avec les deux boîtes sur le même graphique pour avoir la comparaison).

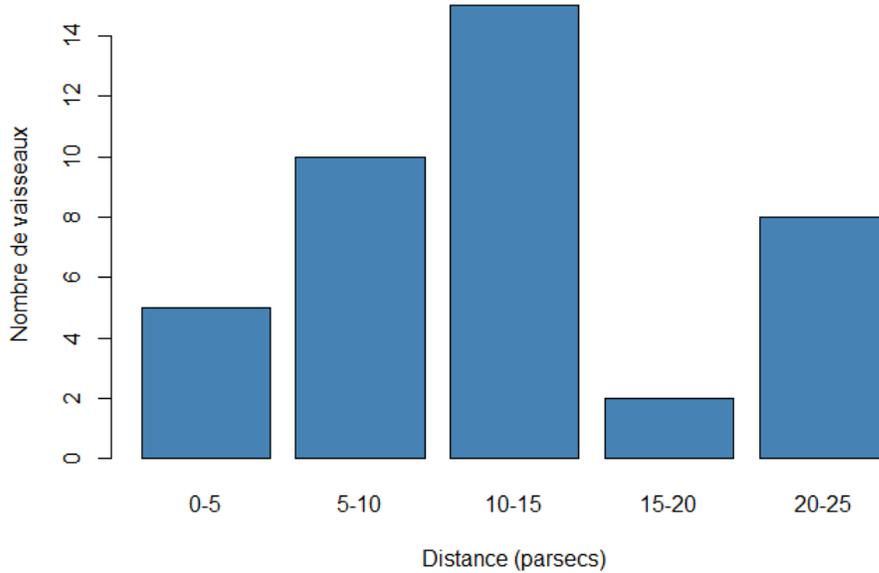
Comparaison des distances d'atterrissage



Après avoir ramené la paix entre le Docteur et River Song, une alarme se déclenche dans le TARDIS. Vous découvrez qu'une flotte de Daleks¹ se rapproche dangereusement. Vous avez extrait un graphique résumant leurs positions :

1. Extraterrestres qui cherchent à exterminer toutes formes de vie différentes de la leur.

Distribution des distances des vaisseaux Daleks



1. (2 points) A partir de ce graphique, proposez une stratégie de fuite à adopter. Selon vous, qui devrait piloter le vaisseau pour maximiser les chances de fuites ? Justifiez.

Solution: La stratégie de fuite optimale consiste à éviter la tranche $[10;15[$ parsecs, là où il y a le plus de vaisseaux ennemis, et à se diriger vers les zones où la densité de Daleks est minimale, soit la tranche $[15;20[$. En moyenne, River Song se rapproche davantage de sa cible que le Docteur lors de ses atterrissages. Elle fait également preuve de plus de régularité, avec des performances plus homogènes par rapport au Docteur. On peut donc dire que c'est une meilleure pilote que le Docteur. C'est donc elle qui devrait piloter pour éviter les ennuis.

Consignes: 1 point si la stratégie de fuite est correctement justifiée + 1 point si le pilote est correctement justifié.

Exercice 2 : Analyse de la puissance énergétique des Cybermen (8 points)

Les Cybermen² sont en train d'améliorer leur armure et leur technologie. Vous travaillez avec le Docteur pour étudier comment le prix total des composants technologiques influencent leur puissance énergétique moyenne. Vous avez collecté les données suivantes :

Prix des composants (en millions de crédits)	50.20	60.70	49.80	70.55	62.30	80.45
Puissance énergétique (en GW)	2.30	2.80	3.55	4.25	4.80	5.50

Solution: On note X le prix des composants et Y la puissance énergétique.

1. (4 points) Calculer la covariance et le coefficient de corrélation. Commenter

Solution: $\bar{X} \approx 62.33$

$\bar{Y} \approx 3.87$

$Cov(X, Y) = \bar{XY} - \bar{X}\bar{Y} \approx 250.59 - 62.33 \times 3.87 \approx 9.38$

$V(x) \approx 117.12$

$V(Y) \approx 1.23$ $r = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = 0.78$

2. Cyborgs humanoïdes dont le but est de conquérir l'univers en convertissant les espèces compatibles

Ici le coefficient de corrélation linéaire est proche de 1, on peut donc supposer qu'il y a une corrélation linéaire entre le prix des composants et la puissance énergétique.

Consignes: 1 point Moyenne X et Y + 1 point Variance X et Y + 1 point Covariance + 1 point coefficient corrélation linéaire avec commentaire approprié.

2. (2 points) Déterminer par la méthode des moindres carrés le coefficient de régression de la courbe.

Solution: $a = Cov(X, Y)/V(X) \approx 0.08$ et $b = \bar{Y} - a\bar{X} \approx -1.12$

Consignes: 1 pour a + 1 pour b

3. (1 point) Les ami.e.s du Docteur lui apprennent que les Cybermen ont acheté des composants pour 90.1 millions de crédits. Estimez leur nouvelle puissance énergétique. Interprétez les résultats en termes de menace pour la Terre (*indication : une puissance énergétique supérieure à 6.0 GW représente une menace majeure*).

Solution: $\hat{Y} = 0.08 \times 90.1 - 1.12 = 6.09$ Menace MAJEURE

Consignes: 1 pour le calcul.

4. (1 point) Vos conclusions sont-elles fiables? Justifiez.

Solution: $r = 0.78$, la corrélation linéaire n'est pas parfaite, peut-être qu'une régression linéaire n'est pas la méthode la plus adapté ici pour prédire une nouvelle variable.

Consignes: 1 suivant la justification de l'utilisation d'une régression linéaire ici.